

Charles-Jean de La Vallée Poussin

COLLECTED WORKS
OEUVRES SCIENTIFIQUES

Volume II

Integration and measure, probability,
ordinary differential equations, mechanics, geometry

Intégration, mesure, probabilités, équations différentielles ordinaires
géométrie, mécanique

Edited by
Edité par

Paul Butzer Jean Mawhin
Pasquale Vetro



ACADÉMIE ROYALE
DE BELGIQUE



CIRCOLO MATEMATICO
DI PALERMO

2001

Charles-Jean de La Vallée Poussin

COLLECTED WORKS
OEUVRES SCIENTIFIQUES

Volume II

Integration and measure, probability,
ordinary differential equations, mechanics, geometry

Intégration, mesure, probabilités, équations différentielles ordinaires
géométrie, mécanique

Edited by
Edité par

Paul Butzer Jean Mawhin
Pasquale Vetro



ACADÉMIE ROYALE
DE BELGIQUE



CIRCOLO MATEMATICO
DI PALERMO

2001

Contents - Table des matières

Commentators for the present volume	xi
Bibliography of Contents	xiii
Plan of the Collection	xviii
Measure and Integration	
R. E. HENSTOCK	
De La Valeur de l'intégrale en théorie	3
A. BOURGAIN	
De La Valeur de l'intégrale	17
Ch. J. DE LAVAL	
(Théorèmes de convergence)	
Sur des intégrales de Lebesgue	
partielles	37
Sur certains théorèmes de calcul différentiel	29
Etude des intégrales de Lebesgue	
la fonction	33
Sur les intégrales multiples	46
Recherches sur la convergence des intégrales définies [7]	97
Réduction des intégrales multiples généralisées [31]	115
Sur la définition de l'intégrale de Lebesgue [34]	129
Définition des intégrales de Lebesgue dans le cas où la fonction	
sous le signe intégral devient infinie [38]	130
Réduction des intégrales doubles de Lebesgue.	
Application à la définition des fonctions analytiques [61]	131
Sur la transformation d'une intégrale multiple en une	
intégrale simple [58]	163
Sur l'intégrale de Lebesgue [62]	186
Sur les fonctions à variation bornée et les questions qui s'y	
rattachent [59]	233

à la Vallée Poussin

Contents – Table des matières

Commentators for the four volumes	xi
Bibliography of Charles J. de La Vallée Poussin	xiii
Plan of the Collected Works	xxiii

Measure and integration – Mesure et intégration

R.E. HENSTOCK :	
De La Vallée Poussin's contributions to integration theory ..	3
A. BRUCKNER and B.R. THOMSON :	
De La Vallée Poussin's decomposition theorem	17
CH.J. DE LA VALLÉE POUSSIN :	
<i>(The numbers in brackets refer to the bibliography, p. xiii)</i>	
Sur des intégrales à limites infinies d'une forme particulière [2]	27
Sur certaines inégalités et leur application au calcul intégral [3]	29
Etude des intégrales à limites infinies pour lesquelles la fonction sous le signe est continue [5]	33
Sur les intégrales doubles [6]	65
Recherches sur la convergence des intégrales définies [7]	67
Réduction des intégrales multiples généralisées [31]	115
Sur la définition de l'aire des surfaces courbes [34]	129
Définition des intégrales définies dans le cas où la fonction sous le signe intégral devient infinie [38]	130
Réduction des intégrales doubles de Lebesgue. Application à la définition des fonctions analytiques [51] ..	131
Sur la transformation d'une intégrale multiple en une intégrale simple [56]	163
Sur l'intégrale de Lebesgue [62]	165
Sur les fonctions à variation bornée et les questions qui s'y rattachent [69]	233

Probability – Probabilités

E. SENETA :		
Commentary on de La Vallée Poussin's papers on Bernoulli's theorem in probability theory		259
CH.J. DE LA VALLÉE POUSSIN :		
(<i>The numbers in brackets refer to the bibliography, p. xiii</i>)		
Etude sur le théorème de Bernoulli [42]		265
Démonstration nouvelle du théorème de Bernoulli [43]		281

Ordinary differential equations – Equations différentielles ordinaires

J. MAWHIN :		
De La Vallée Poussin's contributions to the fundamental theory of ordinary differential equations		301
G.B. GUSTAFSON :		
Three papers of C. de La Vallée Poussin on linear boundary value problems		315
J. MAWHIN :		
The legacy of de La Vallée Poussin's work on boundary value problems for ordinary differential equations : a survey and a bibliography		357
CH.J. DE LA VALLÉE POUSSIN :		
(<i>The numbers in brackets refer to the bibliography, p. xiii</i>)		
Mémoire sur l'intégration des équations différentielles [9]		405
Sur l'intégration des équations différentielles [10]		487
Sur la réduction des équations différentielles linéaires à une inconnue [36]		493
Intégration de l'équation de Bessel sous forme finie [37]		499
Continuité des intégrales des équations différentielles contenant un paramètre. Existence et continuité de leurs dérivées par rapport au paramètre [39]		503
Sur les équations différentielles totales [40]		511
Sur l'équation différentielle linéaire du second ordre. Détermination d'une intégrale par deux valeurs assignées. Extension aux équations d'ordre n [81]		515
Sur l'unicité de la détermination de l'intégrale d'une équation linéaire d'ordre n par n points dans le domaine complexe [82]		535
Sur l'expression asymptotique de la formule de Lord Kelvin donnant le rapport des résistances d'un fil en courant alternatif ou continu [85]		547
Sur les extrémales d'une certaine intégrale I et l'appoint qu'elles apportent à un théorème général d'unicité concernant l'intégrale d'une équation différentielle linéaire [106]		553

Mechanics – Mécanique

CH. J. DE LA VALLÉE POUSSIN :

(The numbers in brackets refer to the bibliography, p. xiii)

Sur le mouvement instantané le plus général d'un solide [41]	577
Sur le mouvement d'un solide de révolution homogène pesant fixé par un point de son axe [72]	583
Mouvement quasi pendulaire du pendule sphérique [92]	587
Mouvement quasi pendulaire dans le vide à la surface de la Terre. Pendule de Foucault [93]	595
Sur la résolution de l'équation de Gauss $\sin(z - q) = \lambda \sin^4 z$ [94]	611

Geometry – Géométrie

CH. J. DE LA VALLÉE POUSSIN :

(The numbers in brackets refer to the bibliography, p. xiii)

Sur la géométrie non euclidienne [16]	623
Sur la surface de révolution minimum [32]	633
Sur la représentation d'un plan sur un autre conservant les circonférences [44]	637
Le théorème de Hölditch [47]	640
Sur les enveloppes de courbes planes qui ont un contact d'ordre supérieur avec leurs enveloppées [49]	641
Sur les théorèmes d'existence de la théorie du plan osculateur [77]	649
Sur les enveloppes de courbes planes [79]	669

• J. A. JENKINS, Professor Emeritus, Washington University, St. Louis, USA

• J. P. KAHANE, Professor Emeritus, Université de Paris-Sud, Orsay, France

• J. MAWRIN, Professor, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium

• J. MENEGUET, Professor Emeritus, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium

• A. F. MONNA (1903-1995), Professor Emeritus, University of Utrecht, The Netherlands

• P. NASTASI, Professor, University of Palermo, Italy

• R. J. SPITZ, Professor, Aachen University of Technology, Germany

• E. SPECTOR, Professor, University of Sydney, Australia

Commentators for the four volumes

- G. ANGER, Professor Emeritus, University of Halle, Germany
- T.M. APOSTOL, Professor Emeritus, California Institute of Technology, Pasadena, USA
- A. BRUCKNER, Professor Emeritus, University of California, Santa Barbara, USA
- P.L. BUTZER, Professor Emeritus, Aachen University of Technology, Germany
- CH.A. DE LA VALLÉE POUSSIN (1909-1999), Bruxelles
- H. GÜNZLER, Professor Emeritus, Christian-Albrechts-University, Kiel, Germany
- G.B. GUSTAFSON, Professor, University of Utah, Salt Lake City, USA
- R.E. HENSTOCK, Professor Emeritus, University of Ulster, Coleraine, Northern Ireland
- J.A. JENKINS, Professor Emeritus, Washington University, St. Louis, USA
- J.P. KAHANE, Professor Emeritus, Université de Paris-Sud, Orsay, France
- J. MAWHIN, Professor, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium
- J. MEINGUET, Professor Emeritus, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium
- A.F. MONNA (1909-1995), Professor Emeritus, University of Utrecht, The Netherlands
- P. NASTASI, Professor, University of Palermo, Italy
- R.J NESSEL, Professor, Aachen University of Technology, Germany
- E. SENETA, Professor, University of Sydney, Australia

- R.L. STENS, Professor, Aachen University of Technology, Germany
- B.S. THOMSON, Professor, Simon Fraser University, Burnaby, Canada

Commentators for the four volumes

- G. ANDER, Professor Emeritus, University of Halle, Germany
- T.M. ARSTORF, Professor Emeritus, California Institute of Technology, Pasadena, USA
- A. BRUCKNER, Professor Emeritus, University of California, Santa Barbara, USA
- P.L. BUTZER, Professor Emeritus, Aachen University of Technology, Germany
- CH.A. DE LA VALLEE POUSSIN (1868-1942), Bruxelles
- H. GÖNTER, Professor Emeritus, Christian-Albrechts-Universität Kiel, Germany
- G.B. GUSTAFSON, Professor, University of Utah, Salt Lake City, USA
- R.E. HENSTOCK, Professor Emeritus, University of Ulster, Coleraine, Northern Ireland
- J.A. JENNINS, Professor Emeritus, Washington University, St. Louis, USA
- J.P. KAHANE, Professor Emeritus, Université de Paris-Sud, Orsay, France
- J. MAWHIN, Professor, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium
- J. MAINOURT, Professor Emeritus, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium
- A.F. MONNA (1893-1982), Professor Emeritus, University of Utrecht, The Netherlands
- P. NASTASI, Professor, University of Palermo, Italy
- R.J. NEESSEL, Professor, Aachen University of Technology, Germany
- E. SENEITA, Professor, University of Sydney, Australia

Bibliography of Charles J. de La Vallée Poussin

ASSB-I : Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, première partie
ASSB-II : Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, deuxième partie
ASSB-I : Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, Série I
BARB : Bulletin de la Classe des Sciences de l'Académie Royale de Belgique
CRAS : Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris
JMPA : Journal de Mathématiques Pures et Appliquées
MARB : Mémoires in-8° de l'Académie Royale de Belgique
RQS : Revue des Questions Scientifiques

Remark : Roman numbers below indicate the volume of *Collected Works* which contains the paper.

Scientific papers

1. Sur une démonstration des formules de Fourier généralisées, *ASSB-I* 15 (1891), 39-41. (III)
2. Sur des intégrales à limites infinies d'une forme particulière, *ASSB-I* 16 (1892), 6-8. (II)
3. Sur certaines inégalités et leur application au calcul intégral, *ASSB-I* 16 (1892), 8-11. (II)
4. Sur la série de Weierstrass représentant une fonction continue sans dérivée, *ASSB-I* 16 (1892), 57-62. (III)
5. Etude des intégrales à limites infinies pour lesquelles la fonction sous le signe est continue, suivie d'une Note I sur l'application du théorème XIV aux fonctions eulériennes, d'une Note II sur l'introduction de la notion de convergence uniforme dans la théorie des intégrales définies et d'une Note III sur un point de la théorie des intégrales doubles, *ASSB-II* 16 (1892), 150-180. (II)
6. Sur les intégrales doubles, *Note III* in PH. GILBERT, *Cours d'analyse infinitésimale. Partie élémentaire*, 4^e éd., Gauthier-Villars, Paris, 1892, 569-570. (II)

7. Recherches sur la convergence des intégrales définies, *JMPA* (4) 8 (1892), 421-467. (II)
8. Note sur les séries dont les termes sont fonctions d'une variable complexe, *Journal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas (Coimbra)* 11 (1892), 77-81. (IV)
9. Mémoire sur l'intégration des équations différentielles, suivi d'un Appendice sur la comparaison des principales démonstrations de l'existence des intégrales, *MARB* 47 (1893), 82 pp. (II)
10. Sur l'intégration des équations différentielles, *ASSB-I* 17 (1893), 8-12. (II)
11. Sur quelques applications de l'intégrale de Poisson, *ASSB-II* 17 (1893), 18-35. (III)
12. Sur les applications de la notion de convergence uniforme dans la théorie des fonctions d'une variable complexe, *ASSB-II* 17 (1893), 323-333. (IV)
13. Sur la méthode de Neumann pour résoudre le problème de Dirichlet, *ASSB-I* 18 (1894), 11-12. (IV)
14. Sur la théorie des formes quadratiques binaires, *ASSB-I*, 19 (1895), 59-60. (I)
15. Sur les fractions continues et les formes quadratiques, *ASSB-I* 19 (1895), 111-113. (I)
16. Sur la géométrie non euclidienne, *ASSB-II* 19 (1895), 17-26. Repr. in *Mathesis*, 1895. (II)
17. Recherches arithmétiques sur la composition des formes binaires quadratiques, suivi d'une Note complémentaire sur quelques propriétés des formes binaires, *MARB* 53 (1896), 59 pp. (I)
18. Démonstration simplifiée du théorème de Dirichlet sur la progression arithmétique, *MARB* 53 (1896), 32 pp. (I)
19. Sur la série de Lambert, *ASSB-I*, 20 (1896), 56-62. (IV)
20. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. Première partie. La fonction $\zeta(s)$ de Riemann et les nombres premiers en général, suivi d'un Appendice sur des réflexions applicables à une formule donnée par Riemann, *ASSB-II* 20 (1896), 183-256. (I)
21. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. Deuxième partie. Les fonctions de Dirichlet et les nombres premiers de la forme linéaire $Mx + N$, *ASSB-II* 20 (1896), 281-362. (I)

22. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. Troisième partie. Les formes quadratiques de déterminant négatif, suivi d'une Note sur une démonstration de M. Hadamard et sur une simplification de la première partie, et d'une Rectification à la première partie, *ASSB-II* 20 (1896), 363-397. (I)
23. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. Résumé de la deuxième et de la troisième partie. *ASSB-I*, 21 (1897), 1-13. (I)
24. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. Résumé de la quatrième partie. *ASSB-I* 21 (1897), 60-72. (I)
25. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. Quatrième partie. Les nombres premiers représentables par une forme quadratique de déterminant positif, *ASSB-II* 21 (1897), 251-342. (I)
26. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers. Cinquième partie. Nombres premiers représentables simultanément par une forme linéaire et une forme quadratique, *ASSB-II*, 21 (1897), 343-368. (I)
27. Sur les valeurs moyennes de certaines fonctions arithmétiques, *ASSB-I* 22 (1898), 84-90. (I)
28. Sur la théorie des nombres premiers, in *Verhandlugen des Erstes Internationale Mathematiker-Kongresses (Zürich)*, Teubner, Leipzig, 1898, 194-195. (I)
29. Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers, in *Compte Rendu du Quatrième Congrès scientifique international des Catholiques (Fribourg, Suisse)*, Oeuvre de Saint-Paul, Fribourg, 1898, 101-102. (I)
30. Sur la fonction $\zeta(s)$ de Riemann et le nombre des nombres premiers inférieurs à une limite donnée, *MARB* 49 (1899), 74 pp. Repr. in *Colloque sur la théorie des nombres (Bruxelles)*, CBRM, Bruxelles, 1955, 9-66. (I)
31. Réduction des intégrales multiples généralisées, *JMPA* (5) 5 (1899), 191-204. (II)
32. Sur la surface de révolution minimum, *ASSB-I* 24 (1900), 49-52. (II)
33. Sur les relations qui existent entre les racines d'une équation algébrique et celles de sa dérivée, *ASSB-II* 26 (1902), 1-12. Repr. in *Mathesis*. (IV)
34. Sur la définition de l'aire des surfaces courbes, *ASSB-I* 27 (1903), 90-91. (II)
35. Sur la fonction sans dérivée de Weierstrass, *ASSB-I* 27 (1903), 92-95. (III)

36. Sur la réduction des équations différentielles linéaires à une inconnue, *ASSB-I* 29 (1905), 63-67. (II)
37. Intégration de l'équation de Bessel sous forme finie, *ASSB-I* 29 (1905), 140-143. (II)
38. Définition des intégrales définies dans le cas où la fonction sous le signe intégral devient infinie, *ASSB-I* 29 (1905), 205. (II)
39. Continuité des intégrales des équations différentielles contenant un paramètre - Existence et continuité de leurs dérivées par rapport au paramètre, *ASSB-II* 30 (1906), 288-294. (II)
40. Sur les équations différentielles totales, *ASSB-II* 30 (1906), 295-298. (II)
41. Sur le mouvement instantané le plus général d'un solide, *ASSB-I* 31 (1907), 73-77. (II)
42. Etude sur le théorème de Bernoulli, *ASSB-II* 31 (1907), 119-134. (II)
43. Démonstration nouvelle du théorème de Bernoulli, *ASSB-II* 31 (1907), 219-236. (II)
44. Sur la représentation d'un plan sur un autre conservant les circonférences, *ASSB-I* 32 (1908), 70-72. (II)
45. Sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle et de leurs dérivées par des polynômes et des suites limitées de Fourier, *BARB* (4) 10 (1908), 193-254. (III)
46. Sur la convergence des formules d'interpolation entre ordonnées équidistantes, avec une Note sur l'approximation par un polynôme d'une fonction dont la dérivée est à variation bornée, *BARB* (4) 10 (1908), 319-410. (III)
47. Le théorème de Hölditch, *ASSB-I* 33 (1909), 119. (II)
48. Sur l'approximation minimum d'un système d'équations, *ASSB-I* 33 (1909) 173. (III)
49. Sur les enveloppes de courbes planes qui ont un contact d'ordre supérieur avec leurs enveloppées, *Memorie Pontificia Accademia Romana Nuovi Lincei*, 28 (1910), 12 pp. (II)
50. Démonstration nouvelle d'un théorème fondamental de la théorie des covariants, *ASSB-II* 34 (1910), 223-229. (I)
51. Réduction des intégrales doubles de Lebesgue. Application à la définition des fonctions analytiques, *BARB* (4) 12 (1910), 768-798. (II)

52. Sur les polynomes d'approximation et la représentation approchée d'un angle, *BARB* (4) 12 (1910), 808-844. Erratum, *BARB* (5) 1 (1911), 211. (III)
53. Sur la méthode de l'approximation minimum, *ASSB-II* 35 (1911), 1-16. (III)
54. Un nouveau cas de convergence des séries de Fourier, *Rendiconti Circolo Matematico di Palermo*, 31 (1911), 1-4. (III)
55. Sur les polynomes d'approximation à une variable complexe, *BARB* (5) 1 (1911), 199-211. (III)
56. Sur la transformation d'une intégrale multiple en une intégrale simple, *ASSB-I* 35 (1911), 189-190. (II)
57. Sur l'unicité du développement trigonométrique, *BARB* (5) 2 (1912), 702-718 (announced in *CRAS* 155 (1912), 950-953, same title). (III)
58. Sur l'unicité du développement trigonométrique. Note additionnelle, *BARB* (5) 3 (1913), 9-14. (III)
59. Sur la définition de la différentielle totale et sur les intégrales curvilignes qui ne dépendent que de leurs limites, *ASSB-I* 38 (1914), 67-72. (IV)
60. Sur les propriétés générales des fonctions elliptiques, *ASSB-I* 38 (1914), 157-161. (IV)
61. Démonstration simplifiée du théorème fondamental de M. Montel sur les familles normales de fonctions, *Annals of Mathematics* (2) 17 (1915), 5-11. (IV)
62. Sur l'intégrale de Lebesgue, *Transactions of the American Mathematical Society* 16 (1915), 435-501. (II)
63. Sur les zéros de $\zeta(s)$ de Riemann, *CRAS* 163 (1916), 418-421. (I)
64. Sur les zéros de $\zeta(s)$ de Riemann, *CRAS* 163 (1916), 471-473. (I)
65. Sur les expressions qui s'écartent le moins de zéro dans un intervalle, *Bulletin de la Société Mathématique de France* 45 (1917), 53-56. (III)
66. L'approximation des fonctions d'une variable réelle, *L'Enseignement Mathématique* 20 (1918); 1-29. (III)
67. Sur la meilleure approximation des fonctions d'une variable réelle par des expressions d'ordre donné, *CRAS* 166 (1918), 799-802. (III)

68. Sur le maximum du module de la dérivée d'une expression trigonométrique d'ordre et de module bornés, *CRAS* 166 (1918), 843-846. (III)
69. Sur les fonctions à variation bornée et les questions qui s'y rattachent, in *Comptes Rendus du Congrès International des Mathématiciens (Strasbourg)*, Privat, Toulouse, 1920, 57-81. Repr. in *Bulletin des Sciences Mathématiques* (2) 44 (1920), 267-296, and *O Instituto, Revista Scientifica e Literaria*, 68 (1921), 341-369. (II)
70. Sur l'approximation des fonctions, Résumé de la conférence faite à la Société mathématique, à Bruxelles, le 28 octobre 1922, *Mathesis* 36 (1922), 19-24. (III)
71. Sur une propriété des fonctions entières considérées dans un demi-plan, *Rendiconti del Seminario Matematico della Facoltà delle Scienze della Reale Università Roma* (2) 1 (1923), 7 pp. (IV)
72. Sur le mouvement d'un solide de révolution homogène pesant fixé par un point de son axe, *BARB* (5) 9 (1923), 55-58. (II)
73. Sur les fonctions quasi-analytiques de variables réelles, *CRAS* 176 (1923), 635-638. (III)
74. L'approximation des fonctions de variable réelle, in *Volume delle Lezioni Pubbliche tenute nella Settimana Accademica*, Pontificae Accademia Romana dei Nuovi Lincei, Roma, 1923, 32 pp. (III)
75. Quatre leçons sur les fonctions quasi-analytiques de variable réelle, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, 52 (1924), 175-203. (III)
76. On the approximation of functions of a real variable and on quasi-analytic functions, with a Note On the determination of periodic functions by means of their initial values, translated from French by G.C. Evans, *Rice Institute Pamphlet* 12 (1925), 105-172. (III)
77. Sur les théorèmes d'existence de la théorie du plan osculateur, *ASSB-I* 46 (1926), 524-542. (II)
78. Sur les fonctions presque périodiques de H. Bohr, *ASSB-II* A-47(1927), 141-158. (III)
79. Sur les enveloppes de courbes planes, *ASSB-I* A-48 (1928), 5-9. (II)
80. Sur les fonctions presque périodiques de H. Bohr. Note complémentaire et explicative, *ASSB-I* A-48 (1928), 56-57. (III)
81. Sur l'équation différentielle linéaire du second ordre. Détermination d'une intégrale par deux valeurs assignées. Extension aux équations d'ordre n , *JMPA* (9) 8 (1929), 125-144. (II)

82. Sur l'unicité de la détermination de l'intégrale d'une équation linéaire d'ordre n par n points dans le domaine complexe, *ASSB-II* A-49 (1929), 11-22. (II)
83. Application de l'intégrale de Lebesgue au problème de la représentation d'une aire simplement connexe sur un cercle, *ASSB-II* A-50 (1930), 23-34. (IV)
84. Critérium d'existence de la dérivée normale d'un potentiel de surface en un point de la surface active, *ASSB-II* A-50 (1930), 132-139. (IV)
85. Sur l'expression asymptotique de la formule de Lord Kelvin donnant le rapport des résistances d'un fil en courant alternatif ou continu, in *Comptes Rendus du Congrès National des Sciences (Bruxelles)*, Bruxelles, 1930, 69-83. (II)
86. Sur la représentation conforme des aires planes multiplement connexes, *CRAS* 190 (1930), 782-784. (IV)
87. Sur la représentation des aires multiplement connexes, *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure* (3) 47 (1930), 267-309. (IV)
88. Sur la représentation conforme des aires multiplement connexes, *CRAS* 191 (1930), 1414-1418. (IV)
89. Sur la représentation conforme des aires planes multiplement connexes, *BARB* (5) 17 (1931), 10-27. (IV)
90. Sur la représentation conforme des aires planes multiplement connexes, *CRAS* 192 (1931), 128-131. (IV)
91. Sur quelques extensions de la méthode du balayage de Poincaré et sur le problème de Dirichlet, *CRAS* 192 (1931), 651-653. (IV)
92. Mouvement quasi pendulaire du pendule sphérique, *ASSB-I* A-52 (1932), 16-22. (II)
93. Mouvement quasipendulaire dans le vide à la surface de la Terre. Pendule de Foucault, *ASSB-I* A-52 (1932), 83-98. (II)
94. Sur la résolution de l'équation de Gauss $\sin(z - q) = \lambda \sin^4 z$, *ASSB-II* A-52 (1932), 306-313. (II)
95. Extension de la méthode du balayage de Poincaré et problème de Dirichlet, *Annales de l'Institut Henri Poincaré (Paris)* 2 (1932), 169-232. (IV)
96. Utilisation de la méthode du balayage dans la théorie de la représentation conforme, *BARB* (5) 18 (1932), 385-400. (IV)

97. Propriétés des fonctions harmoniques dans un domaine ouvert limité par des surfaces à courbure bornée, *CRAS* 193 (1932), 11-13. (IV)
98. Propriétés des fonctions harmoniques de deux variables dans un aire ouverte limitée par des lignes particulières, *CRAS* 195 (1932), 92-94. (IV)
99. Propriétés des fonctions harmoniques dans un domaine ouvert limité par des surfaces à courbure bornée, *Annali della Reale Scuola Normale Superiore di Pisa (scienze fisiche e matematiche)* (2) 2 (1933), 167-197. (IV)
100. Sur l'extension de la méthode du balayage à une aire connexe non étalée, *BARB* (5) 19 (1933), 1217-1229. (IV)
101. Expression nouvelle d'une fonction harmonique positive dans un aire et nulle en tout point du bord sauf un, *ASSB-II* A-53 (1933), 113-122. (IV)
102. Détermination des fonctions harmoniques dans une aire A et qui s'annulent en tout point du bord sauf un, *ASSB-II* A-54 (1934), 55-67. (IV)
103. Potentiel et problème généralisé de Dirichlet, *Mathematical Gazette* 22 (1938), 17-36. (IV)
104. Points irréguliers. Détermination des masses par les potentiels, *BARB* (5) 24 (1938), 368-384. (IV)
105. Points irréguliers. Détermination des masses par les potentiels (deuxième note), *BARB* (5) 24 (1938), 672-689. (IV)
106. Sur les extrémales d'une certaine intégrale I et l'appoint qu'elles apportent à un théorème général d'unicité concernant l'intégrale d'une équation différentielle linéaire, *Acta Pontificale Academia Scientiarum* 12 (1948), 141-160. (II)
107. Sur la différentielle totale, *ASSB-1* 64 (1950), 74-75. (IV)
108. Le théorème de Picard du point de vue topologique, *ASSB-1* 69 (1955), 37-49. (IV)
109. Théorème de Picard et structure des fonctions. Rectifications et compléments, *ASSB-1* 70 (1956), 81-86. (IV)
110. Fonctions périodiques douées de valeurs exceptionnelles. Structure. Théorème de Picard, *ASSB-1* 71 (1956), 73-88. (Ahlfors) (IV)
111. Valeurs exceptionnelles des fonctions continues et uniformes. Fondements du théorème de Picard, *ASSB-1* 73 (1959), 295-301. (IV)

Books and monographs

- B-1. *Cours d'analyse infinitésimale*. Autographie in-4°, 2 vol. Uystpruyst, Louvain, 1898, 212 pp.; 1899, 222 pp.
- B-2. *Cours d'analyse infinitésimale. Tome I*. in-8°, Uystpruyst, Louvain et Gauthier-Villars, Paris, 1st ed., 1903, xiv + 372 pp.; 2nd ed., 1909, xii + 423 pp.; 3rd ed., 1914, ix + 452 pp.; 4th ed., 1921, x + 434 pp.; 5th ed., 1923, vii + 436 pp.; 6th ed., 1926, vii + 436 pp.; 7th ed., 1930, viii + 448 pp.; 8th ed., 1938, x + 460 pp.; 9th ed., 1947, x + 480 pp.; 11th ed., 1954, viii + 480 pp.; 12th ed., 1959, viii + 484 pp. (8th to 12th ed. in collab. with F. Simonart).
- B-3. *Cours d'analyse infinitésimale. Tome II*. In-8°, Uystpruyst, Louvain et Gauthier-Villars, Paris. 1st ed., 1906, xvi + 440 pp.; 2nd ed., 1912, ix + 464 pp.; 3rd ed., 1914, destroyed in First World War; unpublished; 4th ed., 1922, xiv + 478 pp.; 5th ed., 1925, xi + 478 pp.; 6th ed., 1928, viii + 478 pp.; 7th ed., 1938, x + 524 pp.; 8th ed., 1949, viii + 548 pp.; 9th ed., 1957, viii + 552 pp. (8th and 9th ed. in collab. with F. Simonart).
Russian translation of the 3rd ed. of vol. 1, Petrograd, 1921, and of the 2nd ed. of vol. 2, Leningrad, 1933.
Reprint by Dover of the 8th ed. of vol. 1 and of the 7th ed. of vol. 2 in 1946.
- B-4. *Intégrales de Lebesgue. Fonctions d'ensemble. Classes de Baire*. In-8°, Gauthier-Villars, Paris. 1st ed., 1916, viii + 154 pp.; 2nd ed., 1934, xii + 193 pp.
- B-5. *Leçons sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle*. In-8°, Gauthier-Villars, Paris, 1919, vi + 151 pp.
Repr. by Chelsea in *L'approximation*, by S. Bernstein and Ch. de La Vallée Poussin, two volumes in one, 1966.
- B-6. *Introduccion a las teorias de conjuntos y de funciones*. In-8°, Libreria General de Victoriano Suares, Madrid, 1921, xxii + 109 pp.
- B-7. *Leçons de mécanique analytique. Tome I*. In-8°, Uystpruyst, Louvain et Gauthier-Villars, Paris. 1st ed., 1924, vii + 281 pp.; 2nd ed., 1932, xi + 291 pp.
- B-8. *Leçons de mécanique analytique. Tome II*. In-8°, Uystpruyst, Louvain et Gauthier-Villars, Paris, 1925, xi + 315 pp.
- B-9. *Les nouvelles méthodes de la théorie du potentiel et le problème généralisé de Dirichlet*. In-8°, Actualités scientifiques et industrielles No. 578, Hermann, Paris, 1937, 47 pp. (IV)

Plan of the Collected Works

INTEGRATION AND MEASURE INTÉGRALE ET MESURE

Each volume contains all VP's papers in the specific fields under discussion, together with the corresponding commentaries, distributed as follows.

- **Volume I : Biography and Number theory**
 - Biographies : BURKILL, BUTZER, DE LA VALLÉE POUSSIN, FAVARD, LEMAÎTRE, MAWHIN, MONTEL, NASTASI
 - Number theory : APOSTOL

- **Volume II : Integration, measure, probability, ordinary differential equations, geometry, mechanics**
 - Integration : HENSTOCK
 - Decomposition theorem : BRUCKNER-THOMSON
 - Probability : SENETA
 - Ordinary differential equations : GUSTAFSON, MAWHIN

- **Volume III : Trigonometric and Fourier series, approximation theory, quasi-analytic functions**
 - Fourier series : KAHANE
 - Almost periodic functions : GÜNZLER
 - Approximation : BUTZER-NESEL
 - Interpolation and sampling : BUTZER-STENS
 - Quasi-analytic functions : GÜNZLER
 - Chebychev approximation : MEINGUET

- **Volume IV : Complex functions, conformal representation, potential theory**
 - Conformal representation : JENKINS
 - Potential theory : ANGER, MONNA
 - Complex functions : MAWHIN